

ADDITION ET SOUSTRACTION

Dans l'ensemble des nombres entiers naturels l'addition est l'opération qui fait correspondre à 2 entiers, un autre entier : *la somme* : $a+b=c$.

Dans l'ensemble des naturels, la soustraction fait correspondre à 2 entiers, un autre : *la différence* : $a-b=c$.

L'addition peut être considérée comme la « réunion » de plusieurs ensembles représentés par leur nombre d'éléments.

La soustraction peut être considérée comme la « complémentaire » dans un ensemble. La différence entre 2 nombres, c'est ce qu'il faut ajouter au plus petit pour avoir le plus grand.

La notion d'« ajouter ou/et supprimer » est dépendante de celle de succession dans la suite des nombres, c'est à dire dans l'aspect ordinal des nombres.

1- Somme et Addition :

-si on considère la suite ordonnée des nombres naturels, la somme $a+b$ est égale au nombre obtenu en comptant b nombres « après » le nombre a .

- $a+b$ peut être définis à partir d'ensembles (sans élément commun). a et b étant la représentation du nombre d'éléments d'ensembles A et B . $a+b$ est le nombre d'éléments formé par la réunion de A et B .

2- Différence et soustraction : dans ensemble N avec $a > b$.

- dans la suite des nombres, la différence $a-b$ est égale au nombre atteint en comptant b nombres « avant » le nombre a .

- $a-b$ peut être défini comme ensemble, a représente le nombre d'élément de l'ensemble A et b celui du sous ensemble B . $a-b$ est le nombre d'éléments de l'ensemble complémentaire de B par rapport à A .

- $a-b$ est défini selon une addition, a est supérieur ou égal à b , $a-b$ est donc la solution de l'équation $b+x=a$ ce qui équivaut à $a-b=x$.

3- propriétés de l'addition et la soustraction :

-**L'associativité** de l'addition : ceci permet un déplacement de la parenthèse dans certains calculs.

Quelques soient les entiers a et b et c : $a+(b+c)=(a+b)+c$.

ceci ne s'applique pas à la soustraction.

- **La commutativité** de l'addition : ceci permet de permuter 2 termes dans une somme.

Quelques soient a et b : $a+b=b+a$. inapplicable avec la soustraction.

- **élément neutre 0** : pour tous naturels a , $a+0=a$.

ceci est possible uniquement à gauche pour la soustraction : $a-0=a$. mais pas $0-a$.

-pour tous naturels a et b et c , tels que $a>b$; $a-b=(a+c)-(b+c)$

si $a > b$ et $b > c$ alors $a-(b-c)=(a-b)+c$.

4- Les différentes procédures :

La procédure de représentation de la réalité évoquée, *schématisation* :

Utilisation de schémas pour représenter une suite de nombres, différents ensembles ...

Ceci implique le dénombrement par comptage un à un ou le recomptage.

Représentation d'une décomposition des nombres sous forme additive ou positionnel des nombres par ordre de grandeur : 100, 10, 1

Ex : $215 = 100 + 100 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$.

Comptage et/ou décomptage :

Reconnaissance que le nombre recherché se situe après un autre nombre , recherche du $n^{\text{ième}}$ nombre après un nombre défini. Enonciation de la liste des nombres à partir d'un nombre donné pour aboutir à un deuxième nombre, puis prise en compte de combien de nombres situés entre les 2. Cette procédure dépend de l'importance du nombre dont on doit surcompter ou décompter.

Reconnaissance du calcul à effectuer :

L'élève reconnaît l'opération à effectuer puis exécute le calcul.

Utilisation du calcul réfléchi pour faire le passage à la dizaine supérieure pour les retenues.

Au cycle 2, une place importante est donnée à la mise en place des éléments de base pour le calcul. Les élèves y construisent les bases du calcul mental additif. D'où l'importance du calcul réfléchi par rapport au calcul posé qui reste à ce niveau limité à la technique opératoire de l'addition.

Au cycle 3, les élèves y développent les techniques du calcul posé, mais abordées pour favoriser la compréhension des propriétés des opérations. Ceci permet alors de progresser vers la technique opératoire des autres opérations.

La connaissance et la compréhension des propriétés du calcul sont mises en avant par rapport aux modes opératoires. Le pourquoi précède le comment comme le suggère les programmes, afin de donner du sens à ces activités.

Le calcul réfléchi : il recouvre à la fois le calcul mental et celui s'appuyant sur des traces écrites sans recours aux procédures dites expertes (celles utilisées lorsqu'on maîtrise complètement les techniques de calcul). Ceci permet de rendre compte des différentes étapes du raisonnement. Ces procédures s'appuient souvent sur l'expression orale des nombres.

Le calcul posé : il fait référence aux procédures expertes permettant d'effectuer les opérations. Il ne constitue pas un ensemble de techniques apprises pour elles mêmes mais abordées pour mettre en évidence les propriétés des opérations sur les nombres. L'élève doit acquérir une bonne aptitude à organiser ses calculs sans utiliser obligatoirement le procédé le plus court.

Le calcul instrumenté : il se fait à l'aide d'une calculatrice, mais doit être utilisé à bon escient et non automatique. Son utilisation sert de support pour traiter des problèmes sur les nombres et comme aide à la résolution du problème quand l'activité porte surtout sur le raisonnement à mener.

Classification des problèmes rencontrés en addition et soustraction :

Composition de 2 états : quantités, mesures.

Transformation d'état : quantité, mesures, position sur une droite.

Comparaison entre états : quantité, mesures, position.

5 Erreurs fréquentes :

- Problème dans la disposition du calcul en colonnes :

Les unités du même ordre de grandeur ne sont pas placées l'une en dessous de l'autre, ceci est dû à la non maîtrise ou non réinvestissement de la signification de la position des chiffres dans l'écriture des nombres. C'est une erreur fréquente en début d'initiation au mode opératoire en cp et ce1.

$$\begin{array}{r} \text{Ex : } 12 \\ +34 \\ \hline 154 \end{array}$$

- Erreurs dans les retenues :

Problème pour faire la conversion et le passage d'un ordre de grandeur dans un autre.
Absence de prise en compte des retenues ou au contraire présence systématique d'une retenue.

$$\begin{array}{r} \text{Ex : } 37 \\ +14 \\ \hline 41 \end{array}$$

- Erreurs sur chaque unité :

L'élève calcul pour chaque unité l'écart entre le plus petit chiffre et le plus grand sans tenir compte de la disposition des nombres, ceci au dépend de toutes les retenues. Cette erreur concerne la soustraction.

$$\begin{array}{r} \text{Ex : } 54 \\ -37 \\ \hline 23 \end{array}$$

ceci peut être dû à l'expression non comprise « il faut enlever le plus petit nombre au plus grand ».

-difficulté dans l'interprétation du 0, car ce chiffre est considéré par l'élève comme rien :

$$\begin{array}{r} \text{ex : } 40 \\ -37 \\ \hline 17 \end{array}$$

- difficultés par rapport à l'énoncé du problème :

L'ordre d'apparition des nombres dans l'énoncé ne correspond pas toujours à celui utilisé pour résoudre le problème. Ceci peut provoquer alors des difficultés d'interprétation.

La place de l'inconnu peut aussi modifier le recours à une procédure particulière.

La présence de mots inducteurs ou expressions ambigus qui suggère le recours erroné à une opération : plus que, moins que, enlever, ajouter etc...

Ex : Pierre a 12 billes, il en a 5 de plus que Jean, combien de billes a Jean ? de nombreux élèves considèrent qu'il s'agit d'une addition et non pas d'une soustraction et répondent alors inexactement 17 et non 7.

6-Variables didactiques :

taille des nombres trop grande pour faire un dénombrement ou comptage.

Configuration des nombres intervenants dans l'opérations, ordres de grandeurs ronds ou pas .

Présence de retenues

Mise à disposition d'un outil de calcul : calculatrice, droite graduée etc...