La calculatrice n'est pas autorisée pour cette épreuve.

SUJET DE MATHEMATIQUES

*Rappel : Il sera tenu compte, à hauteur de trois points maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats***.**

Exercice 1 : (4 points)

Un couple travaille dans une entreprise. Dominique gagne 50 % de plus que Claude.
On posera x le salaire mensuel de Dominique et y le salaire mensuel de Claude.
Le salaire de Claude est augmenté de 12,5 % et celui de Dominique de 5 %.
1) Sachant que le salaire mensuel de Claude était de 1800 €, quel est le nouveau revenu mensuel du couple ?
2) Exprimer le nouveau revenu mensuel du couple en fonction de y.
3) En partant d'un salaire initial pour Claude de 1800 €, calculer le pourcentage d'augmentation des revenus du couple.
4) Plus généralement, montrer que l'augmentation des revenus du ménage en pourcentage est constante, quelle que soit la valeur de y.

Question complémentaire : (4 points)

Cet exercice s'appuie sur les documents suivants proposés en annexes :

- **Un extrait des programmes de l'école primaire (annexe 1)**
- **Une situation inspirée d'une activité – *Les bandes colorées* - proposée dans l'ouvrage ERMEL *« Apprentissages numériques et résolution de problèmes - CM1»*, Editions HATIER (annexe 2)**
- **Les travaux d'un élève ERWAN (annexe 3).**

1) En vous référant à l'extrait des programmes de l'école primaire fourni en annexe 1, quelle(s) principale(s) compétence(s) est (sont) abordée(s) dans cette activité ?

2) Citer deux éléments de cette situation qui peuvent avoir une influence sur les procédures mises en œuvre par les élèves.

3) Décrire les procédures utilisées par ERWAN (annexe 3) dans ses recherches pour répondre aux consignes des étapes 2 et 3. Préciser les propriétés mathématiques sous-jacentes.

4) Lors de l'étape 2, l'enseignant a relevé une réponse erronée : 19 R
Pour cette réponse, émettre une hypothèse sur la procédure qui a pu être utilisée par l'élève.

Exercice 2 : (4 points)

1. Déterminer toutes les décompositions additives du nombre 33, en utilisant seulement les nombres 3, 5 et 7, sans nécessairement les utiliser tous (à titre d'exemple, on peut écrire $33=5+5+5+5+5+5+3$). On présentera clairement la méthode choisie pour déterminer ces décompositions.
2 Au rugby, les équipes marquent des points lors de quatre phases de jeu :
   - En réussissant un coup de pied de pénalité pour 3 points,
   - En réussissant un drop pour 3 points,
   - En marquant un essai non transformé pour 5 points,
   - En marquant un essai transformé pour 7 points.

a) Yanis affirme que son équipe a marqué 33 points grâce à deux essais et plusieurs pénalités.
Est-ce possible ? Justifier.

b) Paul affirme que son équipe a marqué 27 points grâce à deux essais, et en réussissant autant de drops que de pénalités.
Est-ce possible ? Justifier.

c) Une équipe a marqué 20 points. Sachant qu'aucun drop n'a été réussi, trouver toutes les manières dont ces 20 points ont pu être obtenus.

<u>Question complémentaire</u> : (4 points)

Cet exercice s'appuie sur le document suivant proposé en annexe :

Travaux d'élèves et notes de la maîtresse (annexe 4)

Dans une classe de CP, la maîtresse a introduit le jeu suivant, inspiré du jeu « Shut the box ».

- <u>Matériel pour un groupe de quatre joueurs</u> : deux dés à six faces portant les chiffres de 1 à 6, des feutres à l'encre effaçable, et une bande numérique plastifiée pour chaque joueur portant les nombres de 1 à 12 comme celle-ci :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Les élèves disposent aussi de la bande numérique de la classe, affichée au tableau, et portant les nombres de 1 à 100.

- <u>Règle (première) du jeu</u> : à tour de rôle, chaque joueur lance les deux dés. Il barre alors soit les deux nombres de sa bande qui correspondent aux faces qui apparaissent, soit le nombre qui est la somme de ces deux nombres (par exemple, si l'élève obtient les faces 3 et 4, il peut barrer soit les deux nombres 3 et 4, soit le nombre 7). Si le joueur ne peut pas barrer, il a terminé la partie, mais les autres continuent à jouer. Le but du jeu est de barrer tous les nombres. Dans le cas général, le jeu s'arrête quand les quatre joueurs ont terminé la partie, le gagnant est alors celui dont la somme des nombres non barrés est la plus petite.

La maîtresse a organisé une partie avec quatre élèves. A la fin de cette partie, elle leur demande de faire la somme des points non barrés et de déterminer le gagnant. Les calculs des quatre élèves (Etienne, Noël, Mathilde et Nicolas) figurent en annexe 4. La maîtresse a pris quelques notes sur les procédures utilisées par les élèves.

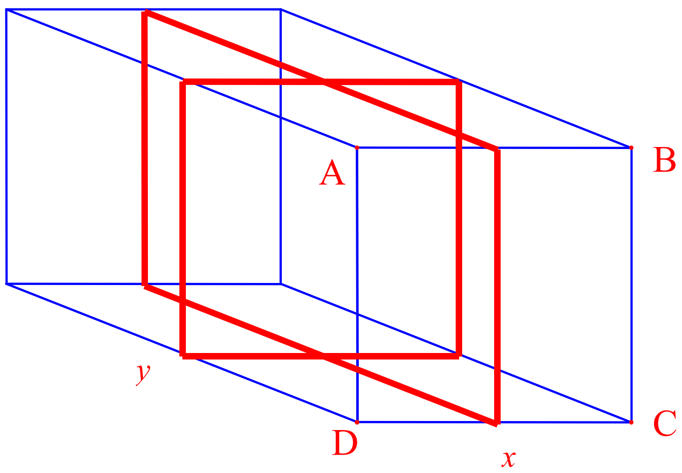
1. Donner trois objectifs que pourrait viser l'enseignante en proposant cette activité.
2. Analyser les différentes procédures des élèves proposées en annexe 4.
3. Comment adapter ce jeu en Grande Section de maternelle, quel(s) serai(en)t alors le(les) objectif(s) visé(s) ?

Exercice 3 : (4 points)

Cet exercice s'appuie sur le document suivant proposé en annexe :

Copies d'écrans d'ordinateur (annexes 5 et 6)

On veut fabriquer une boîte dont la forme est un parallélépipède rectangle. La face ABCD est un carré dont la longueur du côté est x. L'autre dimension du parallélépipède a pour longueur y. **On dispose d'une ficelle pour entourer la boîte, comme l'indique la figure suivante. Pour les questions 1, 2 et 3, la longueur de la ficelle est fixée à 100 cm.**



1) a) Exprimer y en fonction de x sachant que l'on utilise toute la ficelle.
   b) Exprimer l'aire du parallélépipède (somme des aires des faces) en fonction de x.
   c) Pour quelle valeur de x obtient-on un cube ?

2) On a utilisé un tableur pour étudier les variations de l'aire du parallélépipède en fonction de la mesure x de l'arête. (On rappelle pour cette question que la longueur de la ficelle est fixée à 100 cm)
En vous aidant des copies d'écrans fournies en **annexes 5 et 6**, quelle est l'aire maximale du parallélépipède ? Quelles sont alors les dimensions de la boîte ?

Pour les questions suivantes, on fixe $x = 5$

3) A l'aide de l'annexe 6, déterminer l'aire du parallélépipède pour des ficelles de 1 m ; 0,80 m ; 0,75 m ; 0,50 m.

4) Par le calcul, déterminer l'aire du parallélépipède pour des ficelles de 0,6 m et 0,7 m.

5) Reproduire et compléter le tableau suivant :

Longueur de la ficelle exprimée en cm	80	70	60	50
Aire du parallélépipède en cm^2				

Démontrer que l'écart entre deux longueurs n'est pas le même que l'écart entre les deux aires correspondantes.

ANNEXE 1
Compétences de fin de cycle
Cycle des approfondissements

Compétences devant être acquises en fin de cycle

On trouvera dans le document d'application une version plus détaillée et commentée des compétences énumérées ici, accompagnée de remarques sur l'articulation des apprentissages du cycle 3 et du début du collège.
Des compétences générales sont à l'œuvre dans l'ensemble des activités mathématiques et doivent être acquises en fin de cycle :
- utiliser ses connaissances pour traiter des problèmes ;
- chercher et produire une solution originale dans un problème de recherche ;
- mettre en œuvre un raisonnement, articuler les différentes étapes d'une solution ;
- formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement ;
- contrôler et discuter la pertinence ou la vraisemblance d'une solution ;
- identifier des erreurs dans une solution en distinguant celles qui sont relatives au choix d'une procédure de celles qui interviennent dans sa mise en œuvre ;
- argumenter à propos de la validité d'une solution.

1 - EXPLOITATION DE DONNÉES NUMÉRIQUES

1.1 Problèmes relevant des quatre opérations
- résoudre des problèmes en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et décimaux et sur les opérations étudiées.

1.2 Proportionnalité
- résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant des raisonnements personnels appropriés (dont des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unités).

1.3 Organisation et représentation de données numériques
- organiser des séries de données (listes, tableaux…),
- lire, interpréter et construire quelques représentations : diagrammes, graphiques.

2 - CONNAISSANCE DES NOMBRES ENTIERS NATURELS

2.1 Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels
- déterminer la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position ;
- donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000…, et retrouver l'écriture d'un nombre à partir d'une telle décomposition ;
- produire des suites orales et écrites de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100, à partir de n'importe quel nombre ;
- associer la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres) pour des nombres jusqu'à la classe des millions.

2.2 Ordre sur les nombres entiers naturels
- comparer des nombres, les ranger en ordre croissant ou décroissant, les encadrer entre deux dizaines consécutives, deux centaines consécutives, deux milliers consécutifs… ;
- utiliser les signes <et> pour exprimer le résultat de la comparaison de deux nombres ou d'un encadrement ;
- situer précisément ou approximativement des nombres sur une droite graduée de 10 en 10, de 100 en 100...

2.3 Structuration arithmétique des nombres entiers naturels
- connaître et utiliser des expressions telles que : double, moitié ou demi, triple, tiers, quadruple, quart ; trois quarts, deux tiers, trois demis d'un nombre entier ;
- connaître et utiliser certaines relations entre des nombres d'usage courant : entre 5, 10, 25, 50, 75, 100 ; entre 50, 100, 200, 250, 500, 750, 1000 ; entre 5, 15, 30, 45, 60, 90 ;
- reconnaître les multiples de 2, de 5 et de 10.

3 - CONNAISSANCE DES FRACTIONS SIMPLES ET DES NOMBRES DÉCIMAUX

3.1 Fractions
- utiliser, dans des cas simples, des fractions ou des sommes d'entiers et de fractions pour coder des mesures de longueurs ou d'aires, une unité étant choisie, ou pour construire un segment (ou une surface) de longueur (ou d'aire) donnée ;
- nommer les fractions en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième… ;

ANNEXE 2

BANDES COLOREES (période 2) **Fiche de préparation**

● ***Description rapide***

On veut réaliser des bandes en juxtaposant soit des petites bandes bleues d'une certaine longueur, soit des petites bandes rouges d'une longueur différente. La longueur des petites bandes n'est pas donnée, mais les élèves savent qu'en mettant bout à bout 10 bandes bleues, on fabrique une bande de même longueur qu'avec 4 bandes rouges.

Connaissant le nombre de bandes bleues utilisées pour réaliser une certaine longueur, on cherche combien de bandes rouges sont nécessaires pour réaliser la même longueur.

Remarque : dès le départ, la référence à des longueurs en cm doit être écartée.

● ***Matériel collectif***

- Pas d'instruments de mesure.
- Deux bandes blanches de longueur 60 cm.
- Une vingtaine de petites bandes rouges de 15 cm et 5 bandes blanches de 60 cm recouvertes, chacune, par 4 bandes rouges de 15 cm.
- Une quarantaine de petites bandes bleues de 6 cm et 5 bandes blanches de 60 cm recouvertes, chacune, par 10 bandes bleues de 6 cm.

Les bandes blanches de 60 cm recouvertes de bandes de couleur sont prévues dans le seul but d'alléger le dispositif expérimental : lorsqu'on veut réaliser au tableau la juxtaposition de 40 bandes bleues, il est plus rapide d'utiliser les assemblages de 10 bandes déjà prévus. Notons aussi que l'assemblage de 10 bandes correspond aux données de la situation (« 10 bandes bleues, c'est la même longueur que 4 rouges »).

● ***DEROULEMENT***

Etape 1 : Présentation collective.

Le maître affiche une bande blanche au tableau et demande à un élève de réaliser une même longueur avec des bandes bleues. En plaçant des bandes bleues sous la bande blanche, on constate qu'il faut 10 bleues.

Une deuxième bande blanche est affichée au tableau, à côté de la précédente (voir schéma ci-dessous), après avoir constaté qu'elle a même longueur que la première.

Le maître demande à un élève de réaliser une même longueur avec des bandes rouges. En plaçant les bandes rouges sous la bande blanche, on constate qu'il faut 4 rouges.

Bandes blanches

Bandes bleues — Bandes rouges

10 B — 4R

L'enseignant écrit 10 B et 4 R sous les bandes correspondantes et fait verbaliser : « 10 bleues c'est la même longueur que 4 rouges. » Cette phrase est écrite sur un poster, pour mémoire.

Etape 2 : recherche individuelle.

Le maître annonce : « J'ai réalisé une grande bande avec 25 bleues ». Il la montre, puis la cache et écrit au tableau : 25 bleues.

Consigne : *A vous de trouver combien je dois prendre de bandes rouges pour faire une bande de même longueur.*

L'élève dispose d'une feuille individuelle pour effectuer ses recherches. Cette phase de recherche est suivie d'une mise en commun. Les résultats 5B ➔ 2R et 25 B ➔ 10R sont écrits au tableau.

Etape 3 : reprise du problème.

Le maître pose la même question que dans l'étape 2, mais avec 15 bleues puis avec 40 bleues. L'élève dispose d'une feuille de recherche. La phase de recherche est suivie d'une mise en commun. Les résultats sont écrits.

ANNEXE 3

Prénom : ERWAN

Mes recherches :

4 R = 10 B : et j'ai reprie 4R = 10B et comme
4 R = 10B   8 R = 20B est comme 4 R = 10B
on'a prie 2 rouge ça faisait la moitié de
10 B

10 B + 10B + 5B = 25 ça veut dire que
10R = ~~25B~~ 25B

Prénom : ERWAN

Mes recherches :

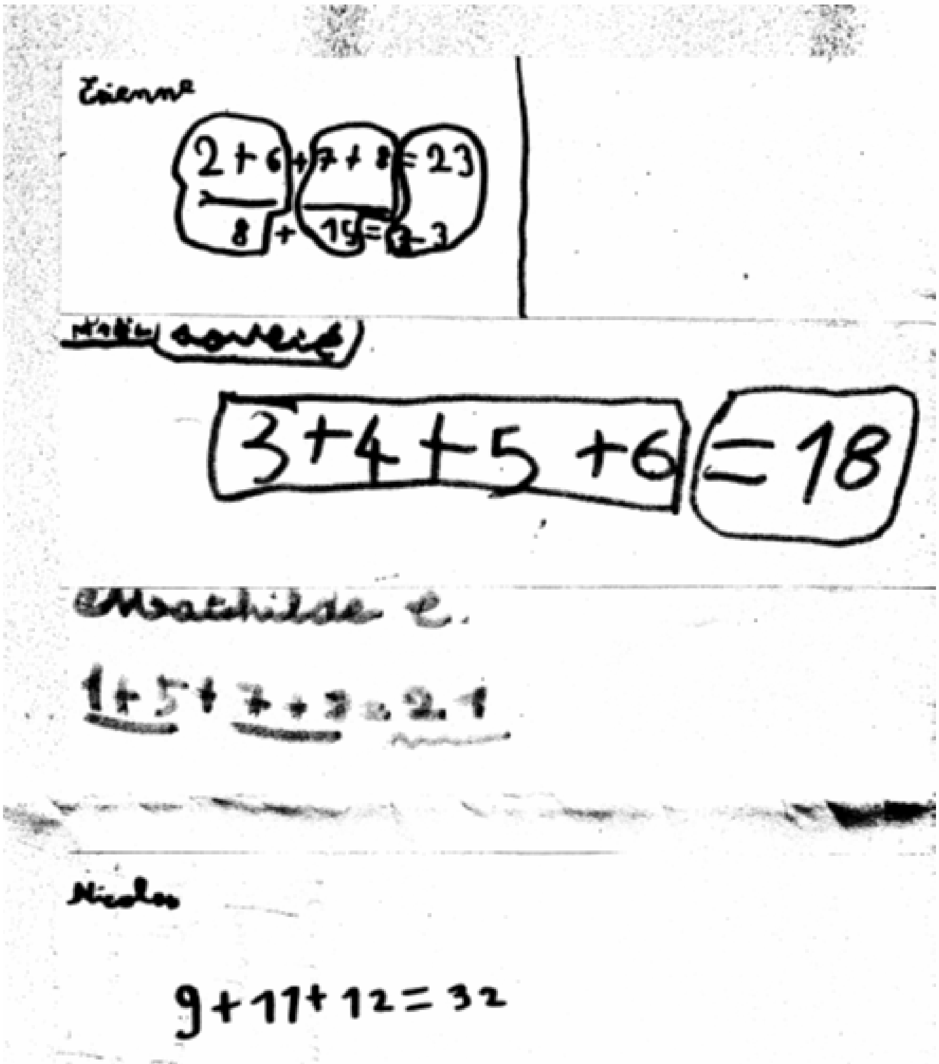
question

Combien de ~~4~~ bandes rouges faut il pour trouver 15B et 40B ?

6R = 15B
16 R = 40B

6R c'est 15B parce que j'ai enlevé 4R dans 10R et j'ai obtenu 15. 40 j'ai prie 10R ça faisait 25B comme ça fait 25B j'ai ajouter 2R sa faisait 30 j'ai remis 2R ça faisait 35 et j'ai remie 2R ça faisait 40 ça veut dire que j'ai ~~[illegible]~~ mis 16R

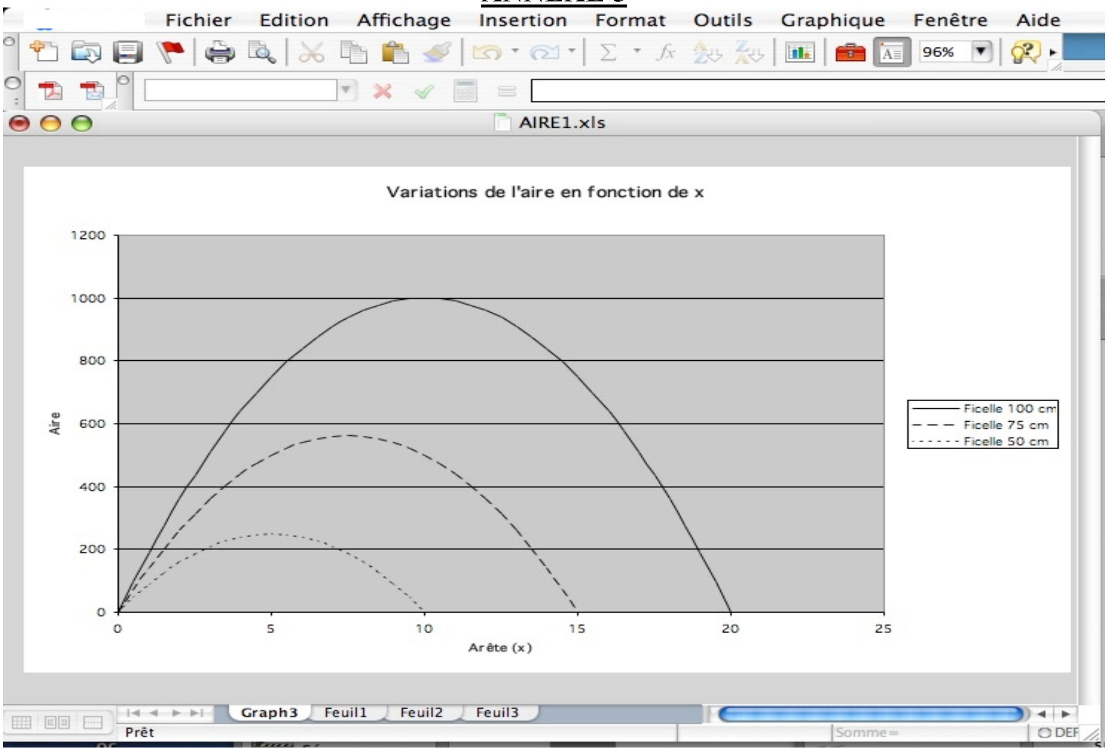
ANNEXE 4



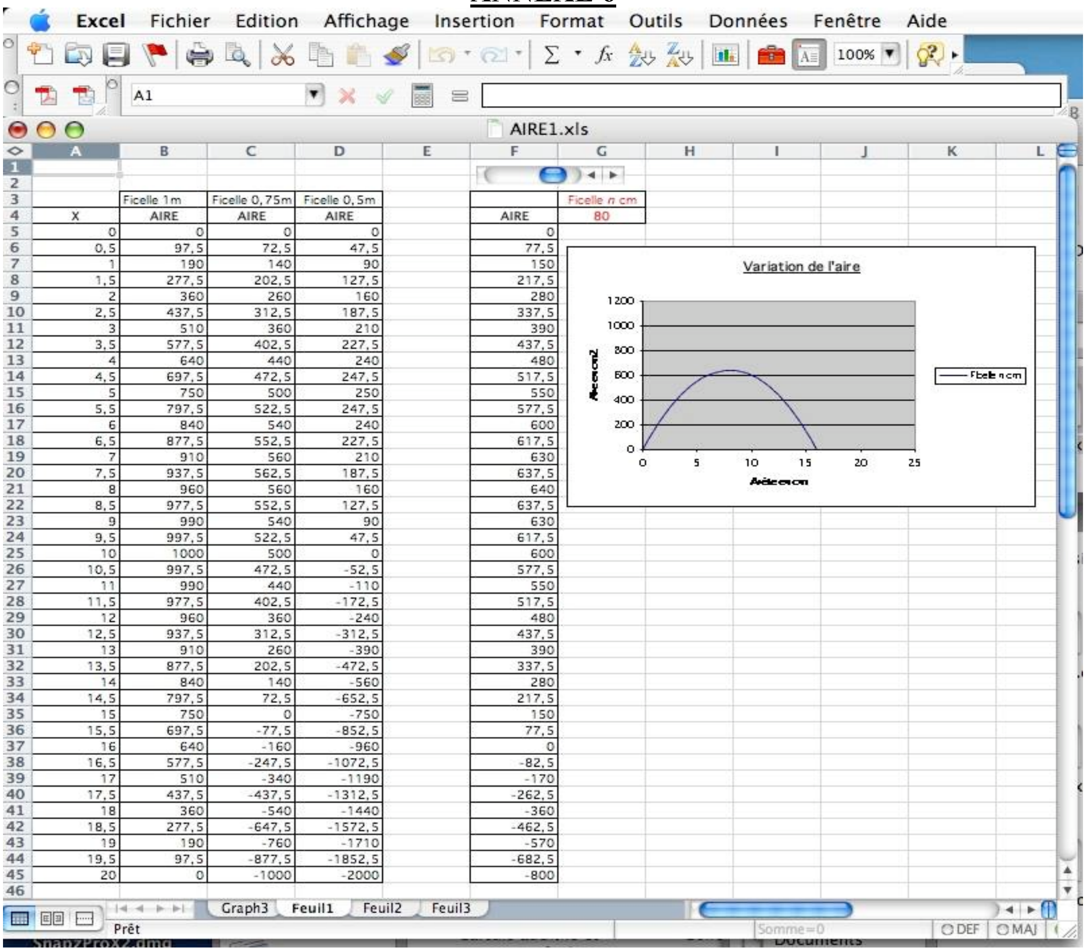
Quelques notes de la maîtresse :

- Etienne doit effectuer 2+6+7+8. Il calcule 2+6 et 7+8, puis quand il additionne 8 et 15, il utilise la bande numérique à partir de 8 par surcomptage.
- Noël doit effectuer 3+4+5+6. Noël surcompte en partant de 6, obtient 11 puis 15, puis 18.
- Mathilde doit effectuer 1+5+7+8. Pour calculer 7+8, Mathilde fait 8 + 8 = 16 puis enlève 1 ce qui fait 15, ensuite elle utilise la bande numérique par surcomptage, et trouve 20, puis 21.
- Nicolas doit effectuer 9+11+12. Nicolas remarque que 9 + 11 = 10 + 10.

ANNEXE 5



ANNEXE 6



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3		Ficelle 1m	Ficelle 0,75m	Ficelle 0,5m			Ficelle *n* cm
4	X	AIRE	AIRE	AIRE		AIRE	80
5	0	0	0	0		0	
6	0,5	97,5	72,5	47,5		77,5	
7	1	190	140	90		150	
8	1,5	277,5	202,5	127,5		217,5	
9	2	360	260	160		280	
10	2,5	437,5	312,5	187,5		337,5	
11	3	510	360	210		390	
12	3,5	577,5	402,5	227,5		437,5	
13	4	640	440	240		480	
14	4,5	697,5	472,5	247,5		517,5	
15	5	750	500	250		550	
16	5,5	797,5	522,5	247,5		577,5	
17	6	840	540	240		600	
18	6,5	877,5	552,5	227,5		617,5	
19	7	910	560	210		630	
20	7,5	937,5	562,5	187,5		637,5	
21	8	960	560	160		640	
22	8,5	977,5	552,5	127,5		637,5	
23	9	990	540	90		630	
24	9,5	997,5	522,5	47,5		617,5	
25	10	1000	500	0		600	
26	10,5	997,5	472,5	-52,5		577,5	
27	11	990	440	-110		550	
28	11,5	977,5	402,5	-172,5		517,5	
29	12	960	360	-240		480	
30	12,5	937,5	312,5	-312,5		437,5	
31	13	910	260	-390		390	
32	13,5	877,5	202,5	-472,5		337,5	
33	14	840	140	-560		280	
34	14,5	797,5	72,5	-652,5		217,5	
35	15	750	0	-750		150	
36	15,5	697,5	-77,5	-852,5		77,5	
37	16	640	-160	-960		0	
38	16,5	577,5	-247,5	-1072,5		-82,5	
39	17	510	-340	-1190		-170	
40	17,5	437,5	-437,5	-1312,5		-262,5	
41	18	360	-540	-1440		-360	
42	18,5	277,5	-647,5	-1572,5		-462,5	
43	19	190	-760	-1710		-570	
44	19,5	97,5	-877,5	-1852,5		-682,5	
45	20	0	-1000	-2000		-800	
46							