Proposition de corrigé pour le sujet de concours blanc n°2 donné le 1[er] mars 2005 à l'IUFM d'Alsace

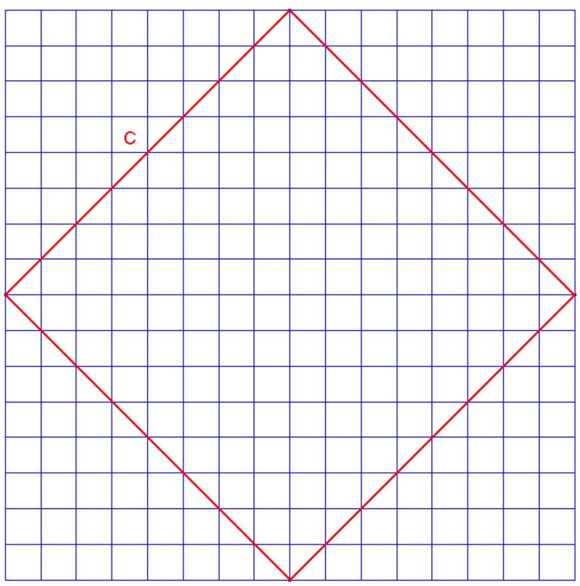
Exercice 1

1) La surface B est un rectangle de largeur 4 cm et de longueur 8 cm. L'aire de B est donc égale à 4 × 8 soit 32 (en cm²).
La surface A est la réunion d'un rectangle de largeur 1 cm et de longueur 8 cm et de deux triangles isométriques ayant un côté de longueur 8 cm et une hauteur associée de longueur 3 cm.

L'aire de B vaut donc $1\times 8+2\times\frac{8\times 3}{2}$ soit 32 (en cm²).

Les surfaces A et B ont donc même aire.

2)



Le quadrilatère C a des diagonales qui se coupent en leur milieu. C'est donc un parallélogramme.
Comme, de plus, les diagonales de ce parallélogramme sont perpendiculaires, c'est un losange.
Comme de plus les diagonales de ce losange ont même longueur, c'est un carré.

L'aire du carré C est égale à $\frac{8\times 8}{2}$ soit 32 (en cm²) (il suffit d'appliquer la formule donnant l'aire d'un losange en fonction de ses diagonales).

C a bien même aire que A et B.

3) Périmètre de A : $2\times 1+4\sqrt{3^2+4^2}=22$ (en cm)
Périmètre de B : 2×(4+8) = 24 (en cm)
Périmètre de C : $4\times\sqrt{32}=16\sqrt{2}$ (en cm)
Le rayon de D vaut $\sqrt{\frac{32}{\pi}}$.
Périmètre de D : $2\times\pi\times\sqrt{\frac{32}{\pi}}=8\sqrt{2\pi}$ (en cm)

Comme il s'agit de nombres positifs ils sont rangés dans le même ordre que leur carré.
Or :
$22^2 = 484$
$24^2 = 576$
$(16\sqrt{2})^2=512$
$(8\sqrt{2\pi})^2=128\pi\approx 402$
Conclusion : Périmètre de D < Périmètres de A < Périmètre de C < Périmètre de B

Questions complémentaires

4) a)
Compétence : Classer et ranger des surfaces (figures) selon leur aire, soit par superposition des surfaces, soit par découpage et recollement des surfaces, soit par pavage des surfaces avec une surface de référence.

Niveau de classe : CM1 ou CM2

b) Les élèves doivent comparer les périmètres en mettant bout à bout les segments qui composent les deux polygones.

Première procédure possible :
Utilisation de bandelettes : l'élève marque directement sur la bandelette les repères successifs pour chaque polygone.

Deuxième procédure possible : l'élève reporte avec un compas ou un papier calque les longueurs des différents segments sur une droite.

5)a)

Question 1 :

Pour B, l'élève commet l'erreur d'écrire 8×15 au lieu de 8×16 (le 8 correspond vraisemblablement au pointage du nombre de carreaux par ligne et 15 au nombre de lignes et on peut penser que l'élève oublie de compter la première ligne parce qu'elle est déjà pointée).

Pour A, l'élève décompose la surface en quatre surfaces de même aire et compte pour chacune d'entre elles le nombre entier de carreaux qu'elle contient. Il se réfère ensuite au nombre de carreaux contenus dans la surface B et estime, à tort, que la place occupée par les carreaux non entiers de A ne peut combler le complément qu'il faudrait pour atteindre le nombre de carreaux de B (qu'il a pourtant sous-estimé). Peut-être n'a-t-il pris comme référence que l'une des quatre surfaces composant la surface A (celle dans laquelle il a dénombré les 26 carreaux entiers).

Question 2 :

Pour A, l'élève assimile, à tort, les segments qui ne suivent pas les lignes du quadrillage aux lignes brisées s'appuyant sur le quadrillage qui les approchent. Il dénombre ainsi des côtés de carreaux entiers.

Pour B, l'élève pointe des carreaux et de ce fait ne se rend pas compte que pour chacun des carreaux placés aux sommets du quadrillage, il faut dénombrer deux côtés.

b) L'élève sait
-dans le domaine de la géométrie et des grandeurs
- différentier aire et périmètre d'une surface
- réaliser une décomposition d'une surface pour déterminer l'aire de cette surface
- organiser le calcul d'un périmètre en regroupant les côtés qui ont même longueur
- dans le domaine numérique
- calculer un produit de nombres entiers

- résoudre un problème de type additif correspondant à une addition à trou (que faut-il ajouter à 104 pour obtenir 120 ?)
- organiser un calcul comportant des additions et des multiplications

- dans le domaine des compétences transversales
    - expliquer ses choix.

Exercice 2

1) On a N = $\overline{mcdu}$ avec d'une part $1000 \leq N < 2000$ ce qui revient à dire que m = 1 et d'autre part c = d.

Donc N = $\overline{1ccu}$.

c et u peuvent prendre 10 valeurs (de 0 à 9).

Il existe donc 10×10 c'est-à-dire 100 nombres N différents.

2) Le plus grand nombre N multiple de 4 est le nombre 1996 (qui vaut 499×4) puisque c'est un multiple de 4 et que le multiple suivant de 4, qui vaut 2000, est trop grand.

3) N est multiple à la fois de 3 et de 5 quand 1 + 2c +u est un multiple de 3 avec u = 0 ou u=5.
Premier cas : u = 0 1+2c est un multiple de 3 quand c=1 ou c= 4 ou c=7
Deuxième cas : u =5 6 + 2c est un multiple de 3 quand c=0 ou c= 3 ou c=6 ou c=9

Les nombres N solutions sont : 1110, 1440, 1770, 1005, 1335, 1665 et 1995.

Questions complémentaires

4 a) Compétences à mobiliser pour savoir résoudre ces devinettes :
- connaître le vocabulaire : unités, dizaines, centaines
- trouver l'écriture décimale d'un nombre à partir d'informations données en "nombres de dizaines, nombre d'unités,..."
- savoir pratiquer des échanges (entre dizaines et centaines)
- savoir multiplier un multiple de 10 par un nombre à un chiffre
- savoir trouver le nombre qui précède un nombre donné

4 b) On peut proposer ces cartes à partir du CE1 car :
- le domaine numérique (nombres inférieurs à 1000) correspond à ce niveau
- les compétences énoncées à la question 4 a) relèvent de la fin du cycle 2
-

4c)

C'est un nombre à 3 chiffres. Il est égal à deux cent soixante-treize.	Compétence : associer désignation en lettres et écriture chiffrée d'un nombre
C'est un nombre à 3 chiffres. C'est le plus grand de ces trois nombres : 345 543 453	Compétence : savoir comparer des nombres

5a)
Pour la carte n°1 :

Première procédure (de type calcul) : 2 dizaines 7 unités et 1 centaine c'est 20 + 7 +100 qui vaut 127.

Deuxième procédure (s'appuyant uniquement sur la valeur positionnelle des chiffres) :
2 dizaines 7 unités et 1 centaine c'est 1 centaine 2 dizaines et 7 unités. C'est donc 127.

Pour la carte n°3 :

Première procédure (retour à l'addition itérée) : 6 × 20 c'est 20+20+20+20+20+20

Deuxième procédure (utilisation d'une règle) : l'élève utilise "la règle des zéros"

5b)
A priori cette indication peut sembler superflue mais elle constitue une aide à la recherche et permet surtout aux élèves d'invalider des résultats qui ne respecteraient pas cette contrainte (exemple pour la carte 1 : 2 dizaines 7 unités et 1 centaine traduit par 100207)

Exercice 3

1a) Nombre total d'heures de la semaine : 7 × 24 = 168

Nombre d'heures de travail hebdomadaire : 8 + 8,5 + 9,5 + 7 = 33

Fraction de la semaine que ça représente : $\frac{33}{168} = \frac{11}{56}$

1b) Fraction de l'horaire total hebdomadaire de travail représentée par les heures du jeudi :
$\frac{9,5}{33} = \frac{95}{330} = \frac{19}{66}$

1c) Le caissier peut dire "j'ai achevé le quart de mon horaire hebdomadaire" quand il a travaillé $\frac{33}{4}\text{h} = 8,25\text{h} = 8\text{h}\,15\text{mn}$. C'est le cas le mardi à 9h 15mn.

2) $\frac{x}{840} = \frac{x}{2^3 \times 3 \times 5 \times 7}$. Pour que cette fraction représente un nombre décimal, il faut donc pouvoir la simplifier par 21.
La plus petite valeur de x pour laquelle la fraction représente un nombre décimal est donc 21 (remarque : ce nombre décimal vaut 0,025).

3) La fraction $\frac{8}{x+1}$ est irréductible quand x+1 et 8 n'ont pas de diviseurs communs.

Or 8 = 2×2×2 donc la fraction $\frac{8}{x+1}$ est irréductible quand x+1 est impair c'est-à-dire quand x est pair.

Exercice 4

1) Calcul de la surface totale des logements :
3 × 35 + 2 × 60 + 2×75 + 3×100 = 675 (en m²)

Charges pour un studio : $\frac{20\,040 \times 35}{675} = \frac{701\,400}{675} \approx 1039,11$ (en €)

Charges pour un F2 : $\frac{20\,040 \times 60}{675} = \frac{1\,202\,400}{675} \approx 1781,33$ (en €)

Charges pour un F3 : $\frac{20\,040 \times 75}{675} = \frac{1\,503\,000}{675} \approx 2226,67$ (en €)

Charges pour un F4 : $\frac{20\,040 \times 100}{675} = \frac{2\,004\,000}{675} \approx 2968,89$ (en €)

2) a) Calcul du prix hors taxe du véhicule : $\frac{11\,495}{1,21} = 9500$ (en €)

Calcul du prix TTC en Italie : 9500 × 1,20 = 11 400 (en €)

b) La différence de prix est égale à : 11 495 - 11 400 soit 95 (en €) . Le véhicule coûte donc $\frac{95}{11495} \times 100\%$ moins cher en Italie qu'en Irlande c'est-à-dire environ 0,83 % moins cher et pas 1% moins cher.