

Session 2006

MAT-06-PG6

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Jeudi 11 mai 2006 - de 7h 00 à 10h 00
Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 10 pages, numérotées de 1/10 à 10/10. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

L'usage de la calculatrice est autorisé : Calculatrice électronique de poche y compris calculatrice programmable et alphanumérique ou à écran graphique à fonctionnement autonome non imprimante (cf. circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au B.O n° 42).

Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.

Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.

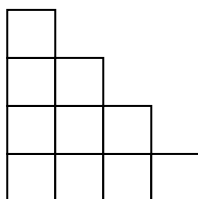
N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

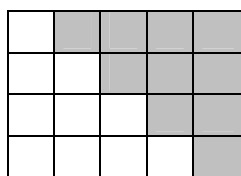
La feuille de papier millimétré est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1 (4 points)

En empilant dix cubes identiques comme ci-dessous, on construit un escalier de hauteur : $h = 4$.



- 1) Indiquer le nombre de cubes nécessaires pour réaliser respectivement des escaliers de hauteur 5 et de hauteur 9.
- 2) Y a-t-il proportionnalité entre la hauteur des escaliers et le nombre de cubes nécessaires pour les construire ? Justifier votre réponse.
- 3) Avec deux escaliers identiques on peut construire un « mur ».



À partir de l'observation de cette construction, déduire la formule qui donne le nombre de cubes nécessaires à la réalisation d'un escalier de hauteur h .

- 4) Calculer la hauteur de l'escalier le plus haut que l'on peut construire avec 3523 cubes. Combien de cubes seront inutilisés ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 2 (4 points)

Le jardin de monsieur Durand a la forme d'un trapèze rectangle, ABCD, tel que $AB = 50$ m, $AD = 30$ m, $DC = 70$ m. Les angles \hat{A} et \hat{D} sont droits.

Soit M un point du segment [AB]. On pose $AM = x$.

La parallèle à la droite (AD) passant par M coupe la droite (DC) en G. Le jardin est ainsi partagé en deux parties :

- le rectangle AMGD qui est le potager ;
 - le reste qui est la pelouse.
- 1) Calculer l'aire du jardin.
 - 2) Exprimer en fonction de x , l'aire du rectangle AMGD (le potager). En déduire l'aire de la pelouse BCGM.
 - 3) Pour quelle valeur de x la pelouse et le potager ont-ils la même aire ? Quelle est alors la forme du potager. Justifier les réponses.
 - 4) a. Représenter sur un même graphique, les fonctions donnant l'aire du potager AMGD et l'aire de la pelouse BCGM en fonction de x . On utilisera pour cela la feuille de papier millimétré et on prendra comme unités graphiques : 1 cm pour 10 mètres sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 100 m² sur l'axe des ordonnées.
La feuille de papier millimétré est à rendre avec la copie.
b. Retrouver graphiquement le résultat de la question 3. Expliquer.

- 5) Sachant que dix kilos de semences sont nécessaires pour une pelouse de 500 m², quelle quantité est nécessaire pour ensemercer 900 m² ?

Question complémentaire (4 points)

En annexe 1, vous trouverez un problème tiré du manuel *Cap math* de CM2 ainsi que les productions de quatre élèves : Florent, Victor, Jessy et Cécile.

- a. Décrire les procédures employées par chaque élève et préciser les propriétés mathématiques utilisées implicitement par les élèves.
b. Analyser les erreurs en émettant des hypothèses sur leur origine.

EXERCICE 3 (4 points)

Voici un jeu tiré de « Géométrie à l'École » de François Boule, *Savoir dire et savoir-faire*, IREM de Bourgogne. Il est constitué des dix étiquettes suivantes :

<i>Deux angles droits seulement</i>	<i>Quatre angles droits</i>
<i>Côtés égaux deux à deux</i>	<i>Deux côtés égaux seulement</i>
<i>Quatre côtés égaux</i>	<i>Côtés opposés parallèles</i>
<i>Deux côtés parallèles seulement</i>	<i>Diagonales égales</i>
<i>Diagonales perpendiculaires</i>	<i>Diagonales se rencontrant en leur milieu</i>

On choisit au hasard deux étiquettes parmi les dix et on doit essayer de dessiner un quadrilatère qui a ces deux propriétés.

- 1) Avec un tel dispositif, combien de tirages différents est-il possible de réaliser ? Justifier votre réponse.
2) Un enfant a sélectionné les deux étiquettes suivantes :

<i>Deux angles droits seulement</i>	et	<i>Diagonales perpendiculaires</i>
-------------------------------------	----	------------------------------------

- a. En se limitant à la première propriété « deux angles droits seulement », tracer à main levée les deux configurations possibles.
b. En prenant en compte les deux propriétés, construire à l'aide des outils usuels de géométrie (règle, équerre, compas) une figure correspondant à chacune des deux configurations possibles. Rédiger leur programme de construction.

3) On choisit l'étiquette :

Deux côtés parallèles seulement

Trouver toutes les étiquettes incompatibles avec elle. Justifier les réponses.

4) On s'intéresse aux quadrilatères qui possèdent les deux propriétés :

Diagonales perpendiculaires

et

Diagonales égales

Soit ABCD un tel quadrilatère, on appelle E, F, G, H les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA].

Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ? Justifier.

Question complémentaire (4 points)

- Dans quel cycle de l'école primaire l'activité pédagogique décrite dans l'exercice 3 peut-elle être proposée ? Justifier la réponse.
- Donner au moins deux objectifs que peut viser un enseignant qui propose ce jeu à ses élèves.
- Trois élèves A, B et C ont tiré les deux étiquettes suivantes :

Deux angles droits seulement

et

Deux côtés égaux seulement

Leurs travaux sont reproduits en annexe 2.

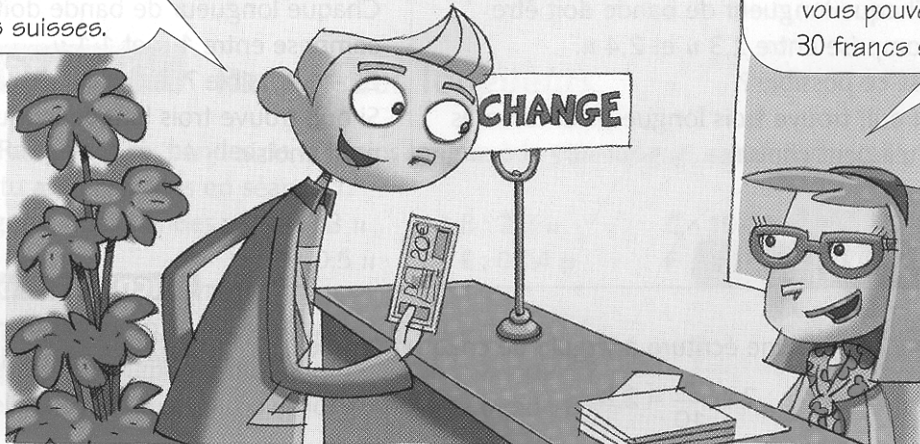
Décrire les procédures et relever les erreurs éventuelles de chaque production donnée en annexe 2.

ANNEXE 1

Chercher

Des euros contre des francs suisses

Je voudrais échanger
20 euros contre
des francs suisses.



Avec cette somme,
vous pouvez avoir
30 francs suisses.

- 1 Lola a 120 euros.
Quelle somme peut-elle avoir
en francs suisses dans ce bureau
de change ?
- 2 Tom a 40 euros.
Quelle somme peut-il obtenir
en francs suisses ?
- 3 Théo veut échanger 30 euros
contre des francs suisses.
Quelle somme recevra-t-il ?
- 4 Lou va passer une semaine
en Suisse.
Elle dispose de 260 euros.
Combien de francs suisses peut-elle
obtenir si elle échange tout son argent ?
- 5 Tom pense qu'il peut échanger
14 euros contre 24 francs suisses.
Es-tu d'accord avec lui ?
Si tu penses que sa réponse est juste,
explique pourquoi.
Si tu penses qu'elle est fausse,
trouve la bonne réponse.

Extrait du manuel *Cap math*, CM2, Hatier, 2004, page 20.

ANNEXE 1 (suite)

Florent

CM2

Change Des euros contre des francs suisses

Je voudrais échanger 20 euros contre des francs suisses.



Avec cette somme, vous pouvez avoir 30 francs suisses.

④ $260 : 2 = 130$
 $260 + 130 = 390$

Il aura 390 francs suisses

① Lola a 120 euros. Quelle somme peut-elle avoir en francs suisses dans ce bureau de change ?

② Tom a 40 euros. Quelle somme peut-il obtenir en francs suisses ?

③ Théo veut échanger 30 euros contre des francs suisses. Quelle somme recevra-t-il ?

④ Lou va passer une semaine en Suisse. Elle dispose de 260 euros. Combien de francs suisses peut-elle obtenir si elle échange tout son argent ?

⑤ Tom pense qu'il peut échanger 14 euros contre 24 francs suisses. Es-tu d'accord avec lui ? Si tu penses que sa réponse est juste, explique pourquoi. Si tu penses qu'elle est fautive, trouve la bonne réponse.

① ~~120 : 6 = 20~~
 $120 : 6 = 20$
 $30 \times 6 = 180$

Il aura 180 francs suisses.

② $40 : 2 = 20$
 $40 + 20 = 60$
 Il aura 60 francs suisses.

③ $30 : 2 = 15$
 $30 + 15 = 45$
 Il aura 45 francs suisse

~~⑤ $14 : 2 = 7$
 $14 + 7 = 21$
 $20 - 6 = 14$
 $30 - 6 = 24$~~

⑤ $20 - 6 = 14$
 $30 - 6 = 24$

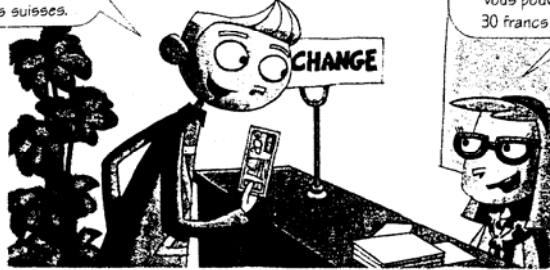
Il est possible car si on enlève 6 à 20 et 30 ça fait 14 euros et 24 francs suisses

ANNEXE 1 (suite)

Victor

Cherchez Des euros contre des francs suisses

Je voudrais échanger
20 euros contre
des francs suisses.



Avec cette somme,
vous pouvez avoir
30 francs suisses.

1 Lola a 120 euros.
Quelle somme peut-elle avoir
en francs suisses dans ce bureau
de change ?

2 Tom a 40 euros.
Quelle somme peut-il obtenir
en francs suisses ?

3 Théo veut échanger 30 euros
contre des francs suisses.
Quelle somme recevra-t-il ?

4 Lou va passer une semaine
en Suisse.
Elle dispose de 260 euros.
Combien de francs suisses peut-elle
obtenir si elle échange tout son argent ?

5 Tom pense qu'il peut échanger
14 euros contre 24 francs suisses.
Es-tu d'accord avec lui ?
Si tu penses que sa réponse est juste,
explique pourquoi.
Si tu penses qu'elle est fautive,
trouve la bonne réponse.

$$120 \times 2 = 240$$

$$240 - 10 = 230$$

1 le 1^{er} est 230 FS

$$30 \times 2 = 60$$

$$60 - 10 = 50$$

3 Théo peut avoir 50 FS

$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$80 - 10 = 70$$

2 Com peut avoir 70 FS

$$\begin{array}{r} 260 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$520 - 10 = 510$$

4 Lou dispose de 510 FS

5

$$14 \times 2 = 28$$

$$28 - 10 = 18$$

Com peut avoir 18 FS

ANNEXE1 (suite)

Jessy
C12 18/10



- 1 Lola a 120 euros. Quelle somme peut-elle avoir en francs suisses dans ce bureau de change ?
- 2 Tom a 40 euros. Quelle somme peut-il obtenir en francs suisses ?
- 3 Théo veut échanger 30 euros contre des francs suisses. Quelle somme recevra-t-il ?
- 4 Lou va passer une semaine en Suisse. Elle dispose de 260 euros. Combien de francs suisses peut-elle obtenir si elle échange tout son argent ?
- 5 Tom pense qu'il peut échanger 14 euros contre 24 francs suisses. Es-tu d'accord avec lui ? Si tu penses que sa réponse est juste, explique pourquoi. Si tu penses qu'elle est fautive, trouve la bonne réponse.

① Lola aura 180 Francs suisses

$20 \rightarrow 30$
 $20 \rightarrow 30$
 $20 \rightarrow 30$
 $20 \rightarrow 30$
 $20 \rightarrow 30$
 $20 \rightarrow 30$
 $20 \rightarrow 30$
 $20 \rightarrow 30$
 $\downarrow \downarrow$
 120€ 180F

$(20 \times 6) = 120$
 $(30 \times 6) = 180$

② Tom aura 60 F suisses

$20 \rightarrow 30$
 $20 \rightarrow 30$
 $\downarrow \downarrow$
 40 60

$(20 \times 2) = 40$
 $(30 \times 2) = 60$

④

$200 \rightarrow 300$
 $200 \rightarrow 300$
 $200 \rightarrow 300$
 $200 \rightarrow 300$
 $200 \rightarrow 300$
 $200 \rightarrow 300$
 $200 \rightarrow 300$
 $200 \rightarrow 300$
 $200 \rightarrow 300$
 $200 \rightarrow 300$
 $200 \rightarrow 300$
 $\downarrow \downarrow$
 260 390

$(13 \times 20) = 260$
 $(30 \times 13) = 390$

Lou aura 390 F suisses

ANNEXE1 (suite)

Cécile
CM3
18/10/05

théorie Des euros contre des francs suisses

Je voudrais échanger 20 euros contre des francs suisses.

Avec cette somme, vous pouvez avoir 30 francs suisses.

CHANGE

- Lola a 120 euros. Quelle somme peut-elle avoir en francs suisses dans ce bureau de change ?
- Tom a 40 euros. Quelle somme peut-il obtenir en francs suisses ?
- Théo veut échanger 30 euros contre des francs suisses. Quelle somme recevra-t-il ?
- Lou va passer une semaine en Suisse. Elle dispose de 260 euros. Combien de francs suisses peut-elle obtenir si elle échange tout son argent ?
- Tom pense qu'il peut échanger 14 euros contre 24 francs suisses. Es-tu d'accord avec lui ? Si tu penses que sa réponse est juste, explique pourquoi. Si tu penses qu'elle est fautive, trouve la bonne réponse.

1) $120 \text{ euros} + 10 \text{ euros imaginaires} = 130 \text{ francs suisses}$
Elle peut avoir 130 francs suisses

2) $40 \text{ euros} + 10 \text{ euros imaginaires} = 50 \text{ francs suisses}$
Tom peut avoir 50 francs suisses

3) $30 \text{ euros} + 10 \text{ euros imaginaires} = 40 \text{ francs suisses}$
Théo recevra 40 francs suisses

4) $260 \text{ euros} + 10 \text{ euros imaginaires} = 270 \text{ francs suisses}$
Lou a obtenu 270 francs suisses

5) Je ~~suis~~ d'accord avec lui
~~Car je fais rajoute 10 euros à la somme~~
Car je ~~fait~~ rajoute 10 euros à la somme et ça donne le nombre de francs suisses.

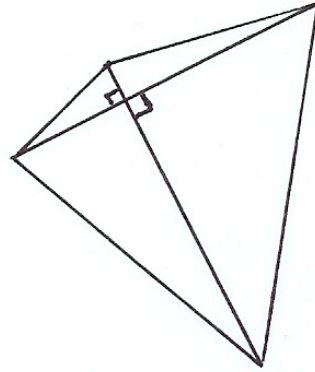
ANNEXE 2

Élève A

je ne peux pas terminer la construction, car si je relie les 2 points je trouve un rectangle.



Élève B



Élève C

