

Session 2006

MAT-06-PG1

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Vendredi 12 mai 2006 - de 8h 30 à 11h 30
Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 8 pages, numérotées de 1/8 à 8/8. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

L'usage de la calculatrice est autorisé : Calculatrice électronique de poche y compris calculatrice programmable et alphanumérique ou à écran graphique à fonctionnement autonome non imprimante (cf. circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au B.O n° 42).

Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.

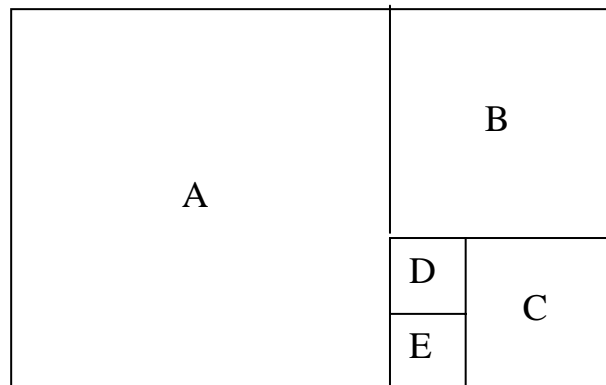
Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

EXERCICE 1 (4 points)



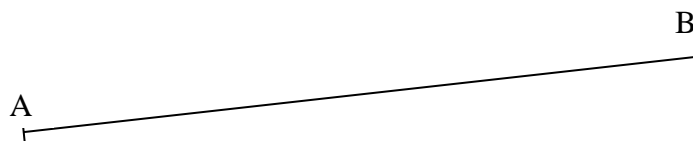
La figure ci-dessus est un rectangle découpé en cinq carrés A, B, C, D, E.

- 1) On appelle a, b, c, d, e les longueurs respectives des côtés de ces carrés. Exprimer a, b, d, e en fonction de c .
- 2) On suppose que le rectangle représente une feuille de papier de 3610 cm^2 . Calculer c puis trouver les dimensions de la feuille.
- 3) On suppose que le rectangle représente une plaque métallique homogène. La masse de la pièce B est 100 grammes. Calculer la masse de la pièce A à un décigramme près.
- 4) On suppose que le rectangle représente la vue de dessus d'un assemblage de cinq cubes. Le volume du cube A est 2 m^3 . Calculer le volume du cube C. Donner la réponse en dm^3 .

EXERCICE 2 (4 points)

ABC est un triangle tel que $\hat{A} = 60^\circ$ et $\hat{B} = 45^\circ$. H est le pied de la hauteur issue de C. Le cercle de diamètre [AB], de centre I, coupe (AC) en L et (BC) en K ; (AK) et (BL) se coupent en O.

- 1) Démontrer que la droite (KI) est la médiatrice du segment [AB].
- 2) Démontrer que les points C, O, H sont alignés.
- 3) Quelle est la nature du quadrilatère IKCO ? Justifier votre réponse.
- 4) On considère le segment [AB] suivant :



Reproduire ce segment sur votre copie.

À partir de ce segment [AB] et en utilisant uniquement la règle et le compas, terminer la construction d'un triangle ABC tel que $\hat{A} = 60^\circ$ et $\hat{B} = 45^\circ$.

Laisser apparents tous les traits de construction.

EXERCICE 3 (4 points)

On joue aux fléchettes sur une cible comportant trois zones : une à 5 points, une à 7 points et une à 11 points. On s'intéresse aux différents scores possibles, le nombre de fléchettes n'étant pas limité.

Par exemple 30 est un score possible puisque $30 = 11+7+7+5$ ou $30 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$.

- 1) Vérifier que 26, 43, 220 012 sont des scores possibles.
- 2) On dit que deux jeux sont identiques si, pour chacun d'entre eux, chaque zone de la cible comporte le même nombre de fléchettes. Par exemple les jeux correspondant aux scores : $7 + 5 + 5 + 11$ et $5 + 7 + 11 + 5$ sont identiques.
 - a. Démontrer qu'il existe deux jeux différents et deux seulement correspondant au score 34.
 - b. Trouver quatre jeux différents donnant le score 40.
- 3) Trouver tous les scores que l'on peut obtenir avec un lancer de trois fléchettes ayant toutes atteint la cible. Présenter les résultats de manière organisée.
- 4)
 - a. Démontrer que 14 et les quatre entiers suivants sont des scores possibles. En déduire que tout nombre entier supérieur ou égal à 14 est un score possible.
 - b. Donner la liste des entiers non nuls qui ne correspondent à aucun score.

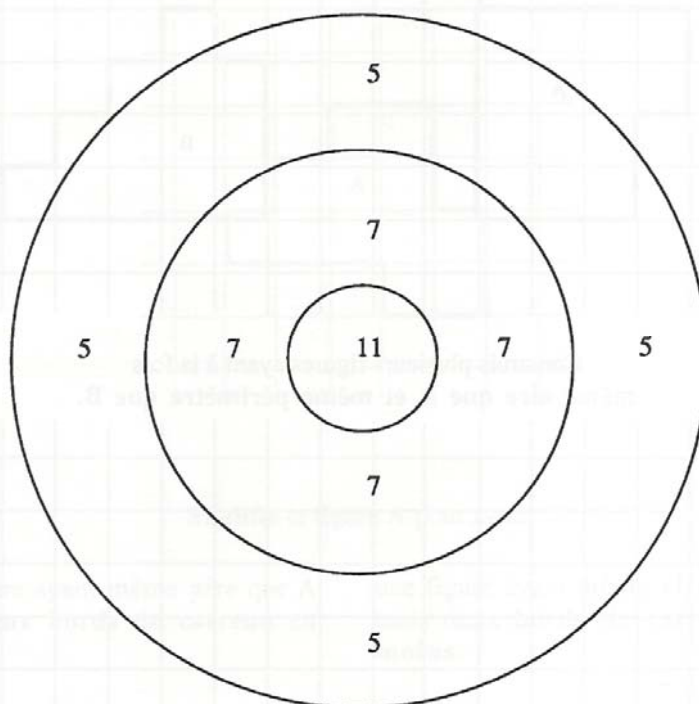
Question complémentaire (8 points)

Le document de l'annexe 1 présente un problème relevé dans la revue *Grand N*.

- 1) Répondre aux deux questions posées. Lors d'une première lecture, une donnée peut sembler manquer. Laquelle ? Pourquoi n'est-ce pas le cas ?
- 2)
 - a. Selon la typologie proposée par les documents d'accompagnement des programmes (extrait en annexe 2), où classer ce problème ? Justifier la réponse.
 - b. Dans quel(s) cycle(s) de l'école élémentaire ce problème peut-il être proposé ? Justifier la réponse.
- 3) L'annexe 3 présente les travaux de cinq groupes d'élèves d'une classe à qui l'on a posé ce problème (les travaux portent uniquement sur la première question de l'annexe 1). Décrire les procédures utilisées par chacun de ces cinq groupes et analyser les erreurs.
- 4) Comparer le problème du document de l'annexe 1 et celui de l'annexe 4 : type de problème et objectifs de l'enseignant.

ANNEXE 1

FICHE... LA CIBLE*



Guillaume :

«Toutes mes fléchettes ont atteint la cible. J'ai 34 points».

Jeanne :

«J'ai raté deux fois la cible, mais j'ai aussi 34 points».

Dans quelles zones de la cible Guillaume et Jeanne ont-ils mis leurs fléchettes ?

Camille :

«J'ai 9 points de moins que vous !».

Combien de fois Camille a-t-elle atteint la cible ?

* Inspiré de Math-Ecole n° 159, CP 54, 2007 Neuchâtel, Suisse.

Extrait de la revue *Grand N*, n° 53, janvier 1994, p. 10, IREM de Grenoble.

ANNEXE 2

Extrait des documents d'accompagnement des programmes de mathématiques
CNDP février 2005 p.7.

Plusieurs fonctions pour la résolution de problèmes

Quatre types de problèmes sont évoqués et peuvent être associés à des objectifs d'apprentissage différents :

- problèmes dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance ;
- problèmes destinés à permettre le réinvestissement de connaissances déjà travaillées, à les exercer ;
- problèmes plus complexes que les précédents dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances ;
- problèmes centrés sur le développement des capacités à chercher : en général, pour résoudre ces problèmes, les élèves ne connaissent pas encore de solution experte.

ANNEXE 3

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 2 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 11 \\ \hline 22 \\ + 5 \\ \hline 27 \\ + 7 \\ \hline 34 \end{array}$$

Tl a lancé 4 flechettes
Il a pris les zones 11, 5 et 7

$$\begin{array}{r} 3 \text{ flechettes} \\ 5 \\ \times 4 \\ \hline 20 \\ + 7 \\ \hline 27 \\ + 7 \\ \hline 34 \end{array}$$

GROUPE 1

Guillaume: $11 + 11 + 7 + 5 = 34$

Jeanne: $7 + 7 + 7 + 7 + 5 = 34$

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 11 \\ + 7 \\ + 5 \\ \hline 34 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 7 \\ + 7 \\ + 7 \\ + 5 \\ \hline 34 \end{array}$$

GROUPE 2

Guillaume
 $11 + 11 + 7 + 5 = 34$

Jeanne:
 $7 + 7 + 5 + 5 + 5 + 5 = 34$

GROUPE 3

ANNEXE 3 (suite)

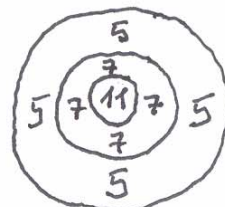
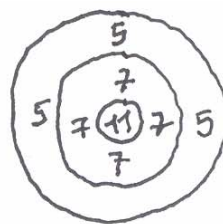
GUILLAUME

$$(2 \times 7) + 5 + 5 + 5 + 5 = 34$$

Jeanne

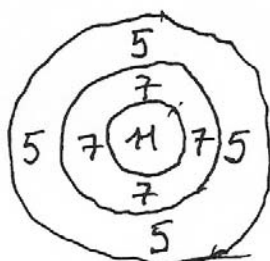
$$(2 \times 11) = 22$$

$$22 + 7 + 5 = 34$$



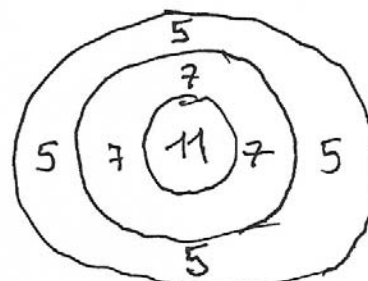
GROUPE 4

$$11 + 11 + 7 + 5$$



Guillaume

$$11 + 11 + 7 + 5$$



Jeanne

GROUPE 5

ANNEXE 4

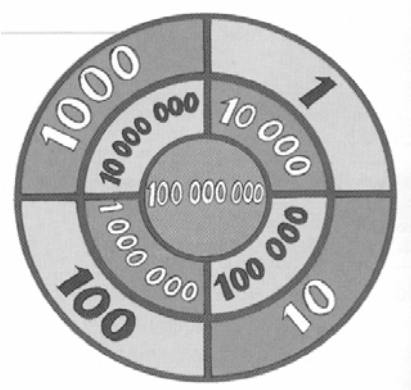
A Trois joueurs ont lancé chacun 5 fléchettes :

- Tom a marqué 30 000 200 points ;
- Lola a marqué 5 000 000 points ;
- enfin Théo a marqué 12 000 020 points.

Dans quelles zones de la cible chaque joueur a-t-il placé ses fléchettes ?

B Ils additionnent tous les points qu'ils ont marqués. Combien cela fait-il de points ?

C Trouve six autres scores qui peuvent être obtenus en lançant 5 fléchettes sur la cible.



Cap Maths CM2, p. 6, Hatier, février 2004.